

Kent Bölge ve Altbölge Hizmet Serimlerinde GSP ve ÇPP Yöntemleri Kullanılarak Toplam Değer Eniyileme

İlker Özdemir¹, Osman Aytekin², Hakan Kuşan³

Özet

Büyük kentlerimizde yoğun biçimde ihtiyaç duyulan iletişim, ulaşım ve altyapı gibi çalışmalarda birtakım hizmetlerin toplam değer eniyilenmesinde kullanılabilecek pek çok alternatiften biri olarak “Gezgin Satıcı Problemi (GSP)” ve bazen de “Çinli Postacı Problemi (ÇPP)” yöntemlerinin uygulanması, en az malzemeyi kullanabilmek, araçlarda en az yol katedilerek hizmetin en ucuz iletimini sağlamak, en az üst yapı malzemesi kullanılarak hizmeti sunmak gibi unsurlar için bir grafik eniyileme algoritması ve sayısal örnekleri ele alınarak da gerçekleştirilebilmektedir. Bu çalışmada kent bölgeleri için planlanması istenilen hizmet dağılım serimlerinin en uygun biçimde elde edilmesinin sayısal uygulamaları yapılmaya çalışılmıştır. Bir orta ölçekli kent yerleşimi için örneğin kablolu TV dağıtım ağı, ara bölge ve hatları, bağlantıları, uzunlukları ve maliyet farklılıkları; başka bir küçük ölçekli (mahalle veya semt bazlı) hizmet seriminde de kentsel çöp toplama yol güzergâhı araştırılarak geçilecek enkasa yol, en düşük yakıt giderli toplama sistemi bulunmaya çalışılmıştır.

Yöntemin bir bilgisayar programı hazırlanmış, çözüm sırasında ortaya çıkan birçok tekrarlı sayısal kontrol olasılığı elde edilebilmiştir. Gerekli ek bağlantılar, hat değişikliği önerileri ve maliyet enküçükleme, en iyi serimin bulunması gibi çalışmalar da planlamada bu aşamada gerçekleştirilebilmiştir.

Çalışmanın son bölümünde belirtilen yöntem için önce elle çözümler, sonra algoritma uygulamalarını kolaylaştırmayı teminen bir bilgisayar program yazılımı, küçük serimler üzerinde deneysel ve sayısal uygulamalar, daha sonra da orta ölçekli gerçek bir kent bölgesi kablolu TV ve çöp toplamayla ilgili bir talep ve dağılım serimi üzerinde sayısal, yapıma yönelik çalışmalar yürütülmüş ve en uygun sonuçlar bulunmuştur.

Anahtar sözcükler: Gezgin Satıcı Problemi, Çinli Postacı Problemi, Eniyileme (optimizasyon), Serim çözümlenmeleri

¹ ESOĞÜ MMF İnş. Müh. Böl./ESKİŞEHİR., Tel: 0(222) 2393750 / 3213,
E-posta: iozdemir@ogu.edu.tr

² ESOĞÜ MMF İnş. Müh. Böl./ESKİŞEHİR., Tel: 0(222) 2393750 / 3224,
E-posta: oaytekin@ogu.edu.tr

³ DPÜ Müh. Fak. İnş. Müh. Böl./KÜTAHYA., Tel: 0(274) 2652031 / 4064,
E-posta: hkusan@dpu.edu.tr

Giriş

Ülkemizde yaygın kent bölge ve altbölge hizmet çalışmaları ve yönetimlerinin temel problemleri arasında yer alan “hizmet dağılım ve kontrol serimlerinde optimizasyon, standardizasyon, koordinasyon ve kooperasyon”; özellikle orta ve büyük ölçekli kentlerimizde uygulanan “Toplu Ulaşım, TL/yükxkm ve TL/Yolcuxkm maliyetlerinin enküçüklenmesi (minimizasyonu), Çöp Toplama ve Katı Atık Rafinasyonu, Hizmet Dağıtım ve Kullanım Serimlerinde en fazla abone veya üniteye hizmetin yoğun ve en ucuz iletimi” gibi kitlesel, bölgesel uygulamalar için bir eniyileme çalışmasının deneme niteliğinde gündeme getirilmesine yöntem oluşturulmaya çalışılmıştır. Söz konusu çalışmayı yapabilmek için de Graf Teori’de yer alan Şebeke Analizi tekniği olan (ÇPP) Algoritmasının kullanılması düşünülmüştür (Darby). Bu yöntem, çok geniş ve değişik uygulama alanlarında faydalı olabilmektedir. Benzer bir uygulama da (Held, Karp, 1970; 1971) tarafından “Gezgin Satıcı” problemlerinin çözümü için önerilmiştir (Phillips, Garcia-Diaz, 1981); (Laporte, 1997).

Çinli postacı problemi; mektupların dağıtımı, çöplerin toplanması, cadde ve otobanlarda kar ve buz kontrolleri, tuzlama, kar temizleme ve sokakların temizlenmesi çalışmaları, okul servisleri ve polis devriye arabaları rotalarının çizelgelenmesi, su ve gazete dağıtımı, etkili web sitesi kullanılabilirliğinin tespiti ve tesisi planlama gibi bir çok alanda kullanılabilir (Thimbleby,2002).

Çalışmanın izleyen kısmında yukarıda belirtilen yöntem için önce elle çözümler, sonra algoritma uygulamalarını sıkça ve tekrarlı olarak yapabilmek üzere bir bilgisayar program yazılımı oluşturulup, küçük serimler üzerinde deneysel ve sayısal uygulamaları yapılmış; daha sonra da orta ölçekli gerçek bir kent bölgesi “çöp toplama, taşıma ve depolamasıyla ilgili bir dağılım güzergâh serimi üzerinde sayısal, çalışmalar yürütülmüş ve daha iyi ve uygun sonuçlar elde edilmiştir.

Ayrırt rotalama (arc routing) problemlerinin amacı, bir çizge üzerinde yer alan tüm ayrırtlardan en az bir kez geçerek başlangıç düğümüne dönen en kısa yol veya yolları belirlemektir. Ayrırt rotalama problemleri, Kırsal Postacı Problemi (KPP: rural postman problem) ve Çinli postacı problemi (ÇPP: Chinese postman problem) olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. KPP’ de, bir çizge üzerinde yer alan belirli ayrırtlardan en az bir kez geçilerek; ÇPP’de ise çizgedeki her ayrırttan en az bir kez geçilerek en kısa turun oluşturulması sağlanmaktadır (Corberan vd., 2002).

Çinli postacı problemi, ilk olarak 1962 yılında Çinli bir matematikçi olan Mei-Ko Kwan tarafından incelenmiştir. Problem, bir postacının postaneden aldığı mektupları mümkün olan en kısa yoldan şehirdeki tüm sokaklara uğrayarak dağıtmak istemesiyle ortaya çıkmıştır. Mektupların dağıtımından sonra postacı başladığı nokta olan postaneye geri dönmek zorundadır (Ahuja vd., 1993). ÇPP, birleşim eniyilemenin temel problemlerinden biri olan gezgin satıcı problemine (GSP) benzerlik göstermesine rağmen önemli farklılıklara da sahiptir. GSP, bir dizi düğüm rotalama (yol takip) problemi olup çizgedeki her bir düğümüne yalnızca bir kez uğramak koşuluyla en kısa

turun (Hamilton turunun) bulunması ilkesine dayanmaktadır (Backin). ÇPP ve GSP arasındaki temel farklılık; ÇPP’de bir çizgenin düğümleri yerine bu düğümleri birbirine bağlayan ayrıtlardan geçilmesi ve bunun da en az bir kez gerçekleşmesi koşuludur (Eiselt vd., 1995a, 1995b). ÇP probleminin çizgesinde eğer bir Euler tur elde edilemiyorsa turun tamamlanabilmesi için ayrıtlardan birden fazla geçilmesi gerekmektedir.

Yöntem ve Algoritma

Yöntem

Bu çalışmada, büyük şehirlerdeki iletişim, ulaşım ve altyapı çalışmalarında birtakım hizmetlerin daha az işgücü, maliyet ve sürede verilebilmesi için bir yöntem algoritması uygulanmaya çalışılmıştır. Algoritma ile hizmet dağılım ağlarının en uygununu elde etmek için bulgusal ve sayısal uygulamalar yapılmıştır.

Bir bölgenin çöp toplama güzergâhı alınarak bu bölgedeki çöpün en kısa sürede toplanabilmesi için serim (şebeke: ağ) oluşturulmaya ve görevli araçların geçkilerinin toplam miktarlarının en aza indirilmesi, dolayısıyla en az yakıt ve işçilik maliyetinin elde edilmesine çalışılmıştır.

En Kısa Mesafeli Eşleştirme

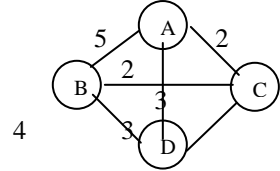
Bir Çinli postacı probleminin çözümü için bu problemin çizgesindeki herhangi bir x düğümü tek dereceli ise x düğümüne bağlı en az bir ayrıt tekrarlanmalıdır. Bu ayrıtların tekrarlanmasıyla çizgedeki tüm düğümler çift dereceli olabilmektedir. Tekrarlanacak ayrıtları belirlemek için en kısa mesafeli eşleştirme yönteminden yararlanılmaktadır. En kısa mesafeli eşleştirme yönteminin, yönsüz Çinli postacı probleminin çözümü için etkin bir algoritma olarak kullanılması ilk kez 1973 yılında gerçekleştirilmiştir (Emel v.d., 2004). Bu yöntemde, çizge G çizgesindeki tek dereceli düğümler tespit edilir. Sonra bir $G' = (V', E')$ çizgesi kurulur. Bu G' çizgesindeki düğümler kümesi G çizgesindeki tüm tek dereceli düğümleri, ayrıtlar kümesi ise bu tek dereceli düğümleri birbirine bağlayan ayrıtları içermektedir. Burada amaç, oluşturulan G' çizgesinde yer alan tek dereceli düğümlerin olası eşleştirilmiş çiftlerini ve bunların arasındaki en kısa uzunluğu saptamaktır. Bunun gerçekleştirilebilmesi için G' çizgesi çift sayıda tek dereceli düğümüne ($2n$) sahip olmalıdır. Böylece her bir tek dereceli düğüm çifti yine G' çizgesinde yer alan bir ayrıtla bağlı olduğu için n sayıda düğüm çifti eşleştirilebilir (Avriel ve Golany, 1996).

Bir tek dereceli düğümden diğer bir tek dereceli düğümüne doğrudan giden yeni bir yolun kurulması da akla gelebilir. Ancak bu, gerçek hayatta yeni bir yolun veya köprüünün kurulması anlamına gelir. Böyle bir yol veya köprüünün kurulması ise çok maliyetli veya imkansız olabilir. Bu nedenle, yeni bir yol kurmak yerine mevcut yollar dikkate alınarak en az maliyetli ya da en kısa uzunluklu yollar bulunmaya çalışılır. Tek dereceli düğümler, en kısa uzunluk dikkate alınarak eşleştirildiğinde, bunlar arasındaki en kısa yollar tekrarlanacak ayrıtları kapsayacaktır (Minieka,1979). Şekil 1’de verilen

G' çizgesindeki tüm ayrıtlar için en kısa mesafeli eşleştirme yöntemi kullanılarak yapılan eşleştirmeler şu şekilde tanımlanabilir:

Eşleştirme
(A,B) (C,D)
(A,C) (B,D)
(A,D) (B,C)

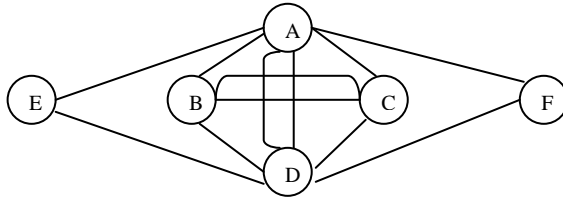
Mesafe
 $5+3=8$
 $2+4=6$
 $3+2=5^*$



Şekil 1. G' Kapalı Çizgesi

Burada en kısa mesafeli eşleştirme (A,D) ve (B,C) ayrıtları arasında ortaya çıkmaktadır.

Postacının tekrar edeceği yollar; A'dan D'ye en kısa yol (A,D ayrıtı) ve B'den C'ye en kısa yol (B,C ayrıtı) şeklindedir. Şekil 2'de verilen G* çizgesinde (A,D) ve (B,C) ayrıtlarının birer kopyası görülmektedir. Çizgedeki tüm düğümler çift dereceli hale dönüşmüştür. En iyi rotayı bulmaya çalıştığımız Şekil 2'deki orijinal çizge için artık yeni oluşan G* çizgesine bakılarak en az bir Euler tur oluşturulabilir. Bu oluşturulan Euler tur aynı zamanda en iyi rotayı verir. Oluşan en iyi rota ise şöyledir; {(A,E) (E,D) (D,F) (F,A) (A,B) (B,D) (D,C) (C,B) (B,C) (C,A) (A,D) (D,A)}. Buna göre G* çizgesindeki her bir ayrıttan tam olarak bir kez ve G çizgesindeki her bir ayrıttan en az bir kez geçilmiştir. G çizgesinde sadece (A,D) ve (B,C) ayrıtları tekrarlanmıştır. Sonuç olarak, bu rotanın toplam uzunluğu 34 ($29+3+2$) birimdir. Bu uzunluk, G çizgesindeki her bir ayrıttan yalnız bir kez geçilmesiyle bulunan toplam uzunluktan 5 birim fazladır.



Şekil 2. G* Kapalı Çizgesi

Tamsayı Doğrusal Programlama İle Yöntemin Tanımı

Çinli postacı problemi kesin çözüm yöntemleri arasında yer alan tamsayı doğrusal programlama ile modeli kurulup, kesme düzlemi algoritması, dal ve sınır yöntemi ve dal ve kesme yöntemleri ile çözümlenebilir. Aşağıda yonsüz Çinli postacı probleminin tamsayı doğrusal programlama modeli verilmektedir:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

Kısıtları altında,

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} - \sum_{j=1}^n X_{ij} = 0 \quad , i=1,2,\dots,n; \quad i \in V \quad (2)$$

$$X_{ij} + X_{ij} \geq 1 \text{ ve tamsayı } E \text{ 'deki tüm } (i,j) \text{ ayrıtları için} \quad (3)$$

$$X_{ij}, X_{ij} \geq 0 \text{ ve tamsayı} \quad (4)$$

n : Serimdeki düğüm sayısı

E : Serimdeki tüm ayrıtların kümesi

V : Serimdeki tüm düğümlerin kümesi

X_{ij} : i 'den j 'ye giderken (i,j) ayrıtımdan geçilme sayısı

C_{ij} : (i,j) ayrıtımdan uzunluğu

Burada (1) eşitliği en kısa uzunluğu hedefleyen amaç fonksiyonunu (2) ise akımı sağlayan süreklilik kısıtlarını tanımlamaktadır. (3) eşitliği her bir ayrıttan herhangi bir yönde en az bir kez geçilmesi gerektiğini; (4) ise tüm değişkenlerin negatif olmayan tamsayılardan oluşması gereğini göstermektedir.

Model ve Algoritma

Çalışmanın ana ilkesi olarak, serimde tüm düğüm noktalarını kapsamak ve bu noktaları birleştiren en küçük ayrıt değerleri toplamına sahip sonuç serimi bulan bir yöntem özelliğine sahiptir (Phillips, Garcia-Diaz, 1981). Buna göre Algoritma adımları şu şekilde tanımlanabilir:

Adım 1: Serimin düğüm numaralarını içeren iki küme oluşturulur.

S : Kapsanmamış düğümler kümesi

\hat{S} : Kapsanmış düğümler kümesi

Başlangıçta serimin tüm düğümleri S kümesinde yer alır. \hat{S} kümesi boştur.

$$\hat{S} = \{a_i\}, \quad S = \{\phi\}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Adım 2: \hat{S} kümesinden herhangi bir düğüm seçilir ve serimde bu düğüme bağlanan tüm komşu düğümler, ara ayrıt değerleriyle incelenerek en küçükten başlamak üzere artan sırada dizilir. Bu adımda \hat{S} kümesinde iki düğüm nosu yer alacaktır.

Adım 3: S kümesinde seçilen düğüm ve buna bağlı komşu düğümler arasında ayrıt değeri en küçük olanı (-ki bu son düğüm d değişkeni olarak tanımlanır-) \hat{S} 'den S' ye aktarılır.

Adım 4: \hat{S} ' ye aktarılan son düğüm gözönüne alınır. S' 'nin boş küme olup olmadığına bakılır. Boş küme ise ($S = \{\phi\}$) izleyen adıma geçilir. Değilse 3. adıma dönülür, düğümlerin tamamı taranıncaya kadar işleme devam edilir.

Adım 5: $S = \{ \phi \}$ ve $\hat{S} = \{ a_i \}$, $i = 1, 2, \dots, n$ ise sıralı düğümlerin ayrıt değerleri toplamı ($\sum v_{ij}$) dir. Bu aşamada algoritma durur.

Kent Bölgesi Hizmet Dağılım Serimlerine Uygulama

Hizmet Serimi Kavramı

Küçük ya da büyük ölçekli tüm kent bölgelerinin ulaşımdan sanayie, elektrikten suya, ısınmadan çevre koruma veya temizliğe kadar pek çok hizmete gereksinimleri vardır. Bütün bu gereksinimlerin süreklilik, eşit uygulama ve dağıtım, ucuz girdi, düşük maliyet ve çevresel-bölgesel olanakların kullanımı gibi birçok koşulu söz konusu olmaktadır. Bu anlamda, yerel hizmetlerden biri olan ve son yıllarda hızla yaygınlaşan “hizmet sunumu eniyilenmesi:çöp toplama hizmetleri” konusunu da bir eniyileme problemi olarak ele almak mümkündür.

Kentlerde semt ve mahallelerle yerleşim bölgeleri ya da sokak cadde keşimi (kavşak noktaları) birer düğüm (node) karar noktası, bu bölgeleri birbirlerine heriki yönde bağlayan çizgiler veya yönlendirilmemiş ayrıtlar da (undirected arcs) belli kapasitelere sahip akım yolları (paths) ya da yapılan giderlerin toplandığı dağıtım yerleri olarak düşünülebilmektedir. Serim akım problemlerinin çözümüyle de yukarıda sayılan birçok hizmetin dağıtımı, toplanması, paylaşımı ve sağlanması gibi yerel yönetim sorunları da büyük ölçüde giderilebilmektedir. Toplam enkısa yolu bulmak (shortest path analysis), toplam enbüyük akımları elde etmek (maximal flow analysis), en kısa sürede belli bir dağıtımı yapmak (multiterminal and multicommodity of transportation), enaz maliyetle tesisi veya altyapıyı kurmak gibi sayılabilecek daha pekçok “eniyileme problemi” bu serim akış teknikleriyle (network flow problems) mümkün olabilmektedir (Busacker, 1965).

Bölgesel Serimlerde Yöntemin Sayısal Uygulaması

Önceki bölümde içeriği anlatılan yöntemde öngörülen amaçlar şu şekilde sıralanabilir:

- Her kent bölgesine mutlaka çöp toplama hizmeti götürülebilmeli, yani herbir düğüm serimde en az bir bağ ile mutlaka bağlanmalı, ya da geçilmelidir.
- Her bölgeden geçen hatlar ayrı ayrı uzunluk olarak enküçük olmalı, yani ayrıt değerleri enküçük birimlerden oluşmalıdır (çöpün teker teker toplanma kümülatif bedeli).
- Toplamda ve dolayısıyla sonuçta kullanılan yol uzunluğu toplamı enkısa olmalı, yani toplam hizmetin sunumu için geçilen yol en aza indirilmiş olmalıdır. “Hizmet Genel Giderleri” bu sayede enküçüklenebilmektedir.

Başlangıçta küçük, basit ve taslak serimler üzerindeki çalışmalarla yöntemin ve sistemin bilgisayarlar programı yapılmış daha sonra prim's yöntemi algoritmaya uyarlanmıştır. Pek çok sayısal deneme bu safhada gerçekleştirilmiştir. Optimum sonuçların elde edilmesinden sonra, daha büyük ve genel kentiçi serimlerine uygun boyutta sayısal çalışmalar sürdürülmüş; program kapasite olarak desteklenerek geliştirilmiştir.

Örnek bir kent hizmet seriminde “açık serim: open network” ya da “kapalı serim: closed network” uygulanması çözümün eniyilemesinde etkililik ya da değişkenlik gösterebilmektedir (Kenar ve Ünal, 2011). Uç düğümleri tek hat bağlantılı ve birbirleriyle ilişkisiz olan açık serimlerde daha olumlu ve daha az maliyetli sonuçlara ulaşmak zorlaşmaktadır. Bildiri kapsamı içerisinde, yaklaşık 62 düğüm (kavşak nokta) ve 104 ara-ana yola (geçki) sahip orta ölçekli, gelişmekte olan tipik bir kent alt bölgesine ait veriler kullanılmıştır (Şekil 3). Yöntem uygulaması yapıldıktan sonra açık hale gelen ve her düğümün kapsandığı, en az yol gideri (geçki maliyeti) toplamına sahip yeni güzergah serimi elde edilmektedir (Şekil 4).

İlk kent bölgesi ana serimi çizilirken herbir yol kavşağı, bağlantısı ve bunları birbirine bağlayan yolların uzunluk değeri (l_{ij}), yol maliyeti olarak (C_{ij1} : makine maliyetleri), (C_{ij2} işçilik zaman maliyetleri) ile çarpılarak serim düğüm bağlantıları bazında ayrı ayrı hesaplanmıştır (5).

$$M_{ij} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n l_{ij} \times (C_{ij1} + C_{ij2}) \quad (5)$$

Ayrıtların üzerlerindeki rakamlar sayısal olarak, 1/100 ile kısaltılmış olarak bağlantı işletim maliyetlerini göstermektedir. Programın belirlediği optimum maliyetli serim (Şekil 4) de verilmiştir.

Sayısal uygulamada toplam belirlenen geçki düğüm sayısı (kavşak noktası): 62 adet

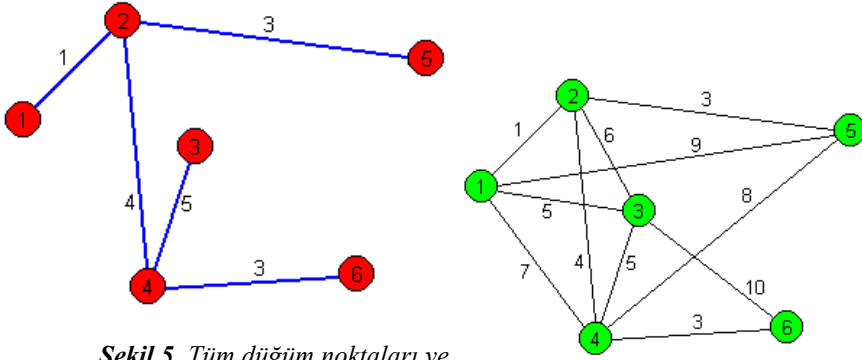
Toplam geçki ayrıt sayısı (yol kesimi): 104 adet

Toplam katedilen kümülatif yol ($\sum C_{ij}$: 2591 br. yöntem uygulanmadan önce).

Yöntem uygulandıktan sonra;

Ağaçtaki gerekli enküçük geçki ayrıt (min yol kesimi) sayısı: 61 adet

Ağaçta katedilen toplam yol ($\sum C_{ij}$: 1119 br. yöntem uygulandıktan sonra). PRIM'S yöntemine göre programdan elde edilen işlemler (geçki) tablosu yer darlığı nedeniyle bildiride gösterilememiştir.



Şekil 5. Tüm düğüm noktaları ve bağlantıları gösteren iki grafik.

Sonuç ve Değerlendirme

Başlangıçta da açıklandığı üzere çalışmanın çarpıcı sonuçlarının alınması açısından orta ya da büyük ölçekli kentçi hizmet serimlerinde uygulamanın önemi ortaya çıkmaktadır. Burada yapılan orta ölçekli kentçi sosyal hizmet dağıtımı ve tesis maliyetinin enküçüklemesi çalışmasında tüm kent bölgesinin toplam iletimine oranla, Enküçük Kapsarağaç Yöntem kullanılarak, yine aynı bölgelere aynı hizmetin götürülmesinde önemli kazanç sağlanabileceği belirlenmiştir.

Örnek kentçi seriminin çözümünde kullanılan destek bilgisayar programı, başlıca şu etkenleri değerlendirmektedir:

-Düğüm bağlantı verilerinin tanımlanmasında her bir ayrıntın iki kez yazılması zorunluluğu vardır,

-Yazılım gereği programın tüm bu bağlantıları tarayıp tek bir bağlantı matrisini kurma zorunluluğu ve sıralama işlemleri yapması gerekmektedir,

-Herbir düğüme bağlı tüm ayrıntı bağlantılarının tek tek ve tekrarlı olarak incelenmesi, “n” sayıda alternatif optimum (küçükten büyüğe) değerin tespitini gerektirmektedir,

-Çarpımlı ve toplamlı kümülatif değer tespitinde karar aşamaları sayı olarak fazladır.

Kaynaklar

Ahuja, R.K., Magnanti, T.L. ve Orlin, J.B., (1993), Network Flows: Theory, Algorithms and Applications, Prentice Hall: New Jersey.

Avriel, M. ve Golany, B., (1996), Mathematical Programming For Industrial Engineers, Marcel Dekker Inc., New York.

Backin, B., (2002), Hamiltonian and Euler Paths, [http://www.infosun.fmi.uni-passau.de/br/lehrstuhl/Borland Delphi Help Topics](http://www.infosun.fmi.uni-passau.de/br/lehrstuhl/Borland%20Delphi%20Help%20Topics).

Busacker, R.G., and Saaty, T.L., (1965), Finite Graphs And Networks, Mc.Graw Hill Book Company, New York, pp. 285-294.

- Corberan, A., Marti, R., Martinez, E. ve Soler, D. (2002). The Rural Postman Problem On Mixed Graphs With Turn Penalties, Computers & Operations Research, 29(7), 887-903.
- Darby, G, Prim's Algorithm dff unit library for Borland Delphi.
- Emel,G.G., Taşkın, Ç. Ve Dinç, E., (2004), Yönsüz Çinli Postacı Problemi: Polis Devriye Araçları İçin Bir Uygulama, Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 2003-204 (6), s.121-140, Eskişehir.
- Eiselt, H. A., Gendreau, M. ve Laporte, G., (1995a), Arc Routing Problems, Part 1: The Chinese Postman Problem, Operations Research, 43(2),231–242.
- Eiselt, H. A., Gendreau, M. ve Laporte, G., (1995b), Arc Routing Problems, Part 2: The Rural Postman Problem, Operations Research, 43(3),399–414.
- Held, M., and Karp, R., (1970), The Travelling Salesman Problem and Minimum Spanning Trees, Operations Research, 18(6), pp. 1138-1162.
- Held, M., and Karp, R., (1971), The Travelling Salesman Problem and Minimum Spanning Trees: Part II, Mathematical Programming,1, 6, p. 25.
- Kenar, F ve Ünal, S., (2011), En Küçük Kapsarağaç Algoritmasını Kullanarak Kent Serimlerinde Hizmet Dağılım Bedel yada Maliyetlerinin Minimizasyonu, ESOGÜ Müh.Mim.Fak. İnş. Müh. Böl. 2010-2011 Bahar Y.Y. Mühendislik Çözümleri Dönem Sonu Mezuniyet Çalışması Projesi Poster Sunumu, Eskişehir, 41 s.
- Laporte, G., (1997), Modeling And Solving Several Classes Of Arc Routing Problems As Traveling Salesman Problems, Computers & Operations Research, 24(11),1057-1061.
- Minieka, E. (1979). The Chinese Postman Problem For Mixed Networks, Management Science, 25(7), 643-648.
- Network Flow Problems (2002), <http://www.csulb.edu/~obenli/Research/IEencyc/networks.html>.
- Phillips, D.T., and Garcia-Diaz, A., (1981) Fundamentals of Network Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.07632, pp. 91- 97.
- Routing Problems, (2002), <http://www.informatik.uniheidelberg.de/groups/comopt/projekte/projektpostman/PostmanPosterEnglisch.pdf>.
- Thimbleby, H., (2002), The Directed Chinese Postman Problem, <http://www.cs.mdx.ac.uk/harold/cpp/new-Java-cpp.pdf>