

Trafik Akışının Eniyilemesinde Kuadratik Programlamanın Uygulanması

Aslı Güven¹, Emre K. Can²

Özet

Bu bildiri, bir trafik ağında, alternatif hatlar üzerindeki akış dağılımlarını düzenleyerek araçların bir başlangıç noktasından hedefe ulaşım zamanlarının toplamını en aza indirmek için bir model önerilmektedir. Modelin geliştirilmesinde hatlardaki trafik yoğunluğu ile seyahat zamanı arasında doğrusal bir bağlantı olduğu varsayılmış ve araçların toplam seyahat zamanının en aza indirilmesi için ikinci dereceden bir eniyileme probleminin çözümüne yer verilmiştir. Bu çalışmada; sayısal örnek olarak kısmi İstanbul trafiği ele alınmıştır. İstanbul trafiğinin en yoğun olduğu Avrupa yakasının büyük bölümünü kapsayan ve Anadolu yakasını da içine alan ana arter yollardan oluşan bir ulaşım ağı oluşturulmuştur. Bu model için matematiksel formülasyon yapıldıktan sonra kullanılacak katsayılar hesaplanmıştır. Bunlar ulaşım ağından saatte geçen araç sayısı (trafik akışı), araçların farklı yoğunluklardaki ortalama hızları ve kat ettikleri zaman parametreleridir. Ulaşım ağı üzerinde gösterilen her hat için ayrı trafik yoğunluklarında (trafik akışı) arabaların bu yolu kaç dakikada aldıkları hesaplanmıştır. Bu verilerden, önce araçların kullandıkları yolların hız limitleri göz önünde tutularak trafiğin yoğunluğuna göre ortalama hızları öngörülmüş, hız, yol ve zaman bağlantısından kat edilen zaman hesaplanmıştır. Farklı trafik yoğunlukları ile bulunan zamanlar arasındaki ilişkinin doğrusal (lineer) olduğu varsayılmıştır. Eniyileme modeli için amaç; “Araçların ulaşım modelinin başlangıç noktasından başlayarak bitiş noktasına gelene kadar geçen toplam süreyi en aza indirmek” olarak belirlenmiştir. Modelin kısıtları ise; düğüm noktaları süreklilikleri, hat yoğunluk limitleri ve değişkenlerin negatif değer almamaları düşünülmüştür.

Bu durumda elde edilen amaç fonksiyonu ikinci dereceden denklem olduğundan model kuadratik programlamaya uygunluk göstermektedir.

Anahtar sözcükler: Trafik, ulaşım ağı, tıkanıklık, optimizasyon, kuadratik.

Giriş

Ulaştırma yatırımları kamu bütçeleri içerisinde büyük yer tutar. Diğer taraftan her geçen gün ülke gelişmesine paralel olarak kara taşıtları sayısı artmaktadır. Bu artış ister istemez trafikte yoğunluğu artırarak sıkışıklıklara yol açmaktadır. Bu sıkışıklıklar yeni yol yatırımları ile bir süreliğine çözüme kavuşturulmaktadır. Diğer taraftan çok pahalı

¹ İstanbul Kültür Üniversitesi, asliguven9@mynet.com

² İstanbul Kültür Üniversitesi Öğretim Görevlisi, Dr., e.can@iku.edu.tr

olan bu yeni yatırımları yapmak yerine mevcudu en yüksek kapasitede kullanmak, çözüme giden en hızlı ve ekonomik yol olarak gözükmektedir.

Trafiğin yönetimi; trafik akımlarının yönetimi kontrolü olarak düşünülürse, kapasite kullanımının en iyi duruma getirilmesi, trafik sıkışıklığına engel olmak, kuyruklanmayı en aza indirmek, ulaşım hızını artırmak v.b kriterlerin sağlanması olarak ifade edilmektedir. Trafiğin yönetimi trafik mühendisliğinin çalışma alanlarından biri olup, kent içi yolları birleştiren katılım ve ayrılım noktalarındaki denetim ile yapılır. Bu çalışmada yönetimin en iyi şekilde sağlanması için eniyileme (optimizasyon) problemlerinin çözülmesi önerilmektedir.

Önceki Çalışmalar

Son yıllarda büyük metropol kentlerde trafik akımları ve trafik tıkanmaları ile bunun neden olduğu zaman kayıpları hızla artmıştır. Trafik mühendisliği alanında dünyada çeşitli çalışmalar yapılmakta ve gün geçtikçe karmaşık hale gelen trafik sorunlarına çözüm arayışları devam etmektedir. Nüfus ve gelir düzeyinin artışı, toplu taşımacılık hizmetlerinin yeterince geliştirilmemesi ve cazip hale getirilmemesi ve yeterince gelişemeyen ulaşım bilinci, otomobil sahipliği ve kullanımını artırmakta, bu artışa karşılık planlama eksikliği nedeniyle önlem alınmadığı veya alınmadığı için yetersiz kalan altyapı nedeniyle trafikte sorunlar meydana gelmektedir. Bu noktada yukarıda ifade edilen trafik yönetiminin önemi ortaya çıkmaktadır.

Trafikte seyreden sürücüler varacakları yerlere ulaşmak için alternatif yollardan birini seçerken, yol boyunca harcanan zaman ve seyahatin ekonomik olma kriterleri üzerinde dururlar (Leblanc ve diğerleri, 1975). Ekonomik kriterler düşünüldüğünde, arabaların yol boyunca harcadıkları benzin miktarı, lastiklerin yıpranma payları, dur kalk kaynaklı aşınmalar gibi hususlar ilk akla gelenlerdir. Bu bağlamda en kısa yol başlangıçta en ideal yol olarak gözükse de, şayet yol boyu yavaşlamalar hatta dur kalklara sebep olan kavşak ve trafik lambalarının çokluğu, sarf edilen benzin miktarının artmasına yol açacağı için cazibesini kaybeder. Bu sebeple dikkatli incelendiğinde, yol boyunca harcanan zamanın en aza indirilmesi ile daha ekonomik seyahat sağlanır.

Trafik akışı modelleme araştırmaları, Lighthill ve Whitham'ın 1955 yılında birlikte yayınladıkları "Trafik Akışının Dinamik Dalgaları" başlıklı makalesi ile başlamıştır. Bu makaledeki çalışma, akışkanların içinde yer alan parçaların hareketleri ile trafik akışında seyreden araçların hareketlerinin birbirlerine benzemesine dayanmaktadır. Bu çalışmadan sonra, trafik akışının matematiksel tanımı trafik mühendisleri için her zaman bir araştırma ve müzakere konusu olmuştur (Banhart, Laporte, 2007).

Birçok eniyileme problemlerinin modeli gibi, ulaşım ağı problemlerinde de arabaların seyahatleri boyunca harcadıkları zamanı en aza indirmek için doğrusal model kullanılmaktadır (Schrage L., 1991). Son yıllarda yapılan araştırmalar; bazı alanlarda uygulanan doğrusal modellerin problemi tam olarak ifade edemediği gözlemlenmiş ve bu bağlamda modelin doğrusal olmayan matematiksel ifadelerle yapılmasının sonucunda elde edilen bulguların çok daha gerçekçi olduğunu ortaya koymuştur. Bu çalışmada da trafik akışının eniyilemesinde doğrusal olmayan eniyileme problemlerin

çözümünde kullanılan kuadratik programlama ile en iyi çözümün bulunması önerilmiştir.

Yöntem

Bu çalışmada, uygulama örneği olarak İstanbul'un kısmi ulaşım ağı ele alınmış ve bu modelin matematiksel formülasyonu oluşturulduktan sonra katsayılar belirlenmiştir. Bunlar; network ağını oluşturan hatların uzunlukları, şerit sayıları, araçların her hat için yoğunluğun en fazla ve en az olduğu durumlardaki öngörülen ortalama hız parametreleridir. Network ağı üzerinde gösterilen her yol için ayrı trafik yoğunluklarında bu yolu araçların kaç dakikada aldıkları hesaplanmıştır. Bu verinin hesaplanmasında, önce araçların kullandıkları yolların hız limitleri göz önünde tutularak trafiğin yoğunluğuna göre ortalama hızları öngörülür. Hız, yol ve zaman bağlantısından yola çıkılarak alınan yol için geçen zaman hesaplanır. Farklı trafik yoğunlukları ile bulunan zamanlar arasındaki ilişkinin doğrusal (lineer) olduğu varsayılmıştır. Bu çalışmada problemin amacı; araçların ağ üzerindeki yoğunluk dağılımını düzenleyerek, tüm araçların network modelinin başlangıç noktasından başlayarak bitiş noktasına gelene kadar geçen toplam süreyi en aza indirmektir.

Bu durumda elde edilen amaç fonksiyonu ikinci dereceden denklem olup çözümü kuadratik programlamada yapılmıştır.

Trafik akışının matematiksel tanımlamasında araçlar arasındaki mesafeler, yoğunluk, akış (birim zamanda geçen araç sayısı) gibi veriler öngörülür. Otoban ve yolların planlanması esnasında, trafik mühendisleri, sistemdeki her hat için beklenen zaman ve trafik yoğunluğunu tahmin etmek için bazı modellemeler kullanılmıştır. Bunlardan trafik yoğunluğu tahmini, hatta bulunan araç sayısının hattın uzunluğuna bölünmesi ile yapılmaktadır. Trafik mühendisleri her hat için tahmin edilen ortalama geçirilen zamanı, hatlar üzerindeki trafik yoğunluğuna bağlı (doğrusal artan) fonksiyon olarak öngörürler ve bu bağlantı (1)' de olduğu gibi ifade edilmektedir.

$$t_{ij} = a_{ij} * I_{ij} + b_{ij} \quad (1)$$

Burada t_{ij} , araçların i ve j hatları arasında geçirdikleri zamanı, I_{ij} trafik yoğunluğunu, a_{ij} trafik yoğunluğunun kat sayısını ve b_{ij} trafik yoğunluğuna bağlı zaman fonksiyonunda sabit sayıyı ifade etmektedir.

Formülasyon

Trafik akımının eniyilemesi problemlerinde amaç; ulaşım ağına seyreden araçların, ulaşım ağının bir ucundan (kaynak) diğer bir ucuna (hedef) giderken geçen zamanı en az seviyeye indirmektir. Bu modelde ilk olarak her bir network ağında araçların; trafik yoğunluklarına göre doğrusal zaman denklemleri elde edilir. Daha sonra amaç fonksiyonu; her bir aracın geçirdiği zamanın, ulaşım ağına seyreden toplam araç sayısı ile çarpımının en az seviyeye düşürülmesi olarak ifade edilir. Bu model ile ulaşım ağına

giren araçların bir ucundan diğer ucuna giderken harcadıkları zamanın en az olması sağlanır.

$$t_{ij} = a_{ij} * I_{ij} + b_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Min } F = \sum_i \sum_j t_{ij} * I_{ij} \quad (2)$$

Yukarıda ifade edilen 1 ve 2 numaralı eşitlikler birleştirildiğinde: Amaç fonksiyonu;

$$\text{Min } F = \sum_i \sum_j (a_{ij} * I_{ij} + b_{ij}) * I_{ij} \quad (3)$$

Kısıtlar;

- 1) Ara düğümlerdeki süreklilik;

$$\sum_i I_{ij} - \sum_j I_{ji} = 0 \quad (4)$$

- 2) Ara düğümler için hat kapasiteleri;

$$eI_{ij} \leq I_{ij} \text{ max} \quad (5)$$

- 3) Negatif olmama kuralı gereğince;

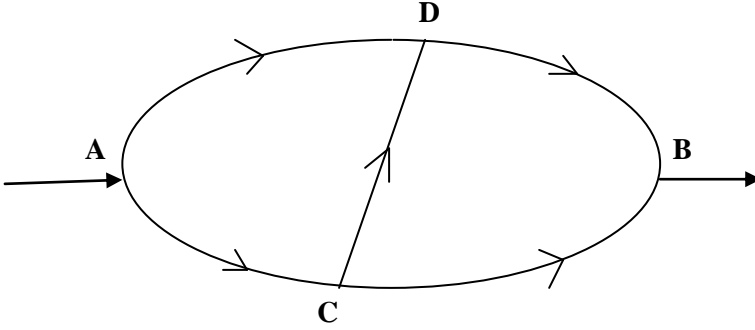
$$I_{ij} \geq 0 \quad (6)$$

Amaç fonksiyonunun ikinci derece ve kısıtların doğrusal eşitlik ve/veya eşitsizlik olması dolayısıyla bu modellenmenin kuadratik programlama olduğu gözükmektedir. Kuadratik programlamada çözümün olma koşullarından yarı pozitiflik durumunu irdelemek için amaç fonksiyonun matris formuna bakılır. Matrisin köşegenini oluşturan katsayıların sıfırdan farklı ve köşegen olmayan elemanların sıfır olması fonksiyonun yarı pozitif olduğunu gösterir. Aynı şekilde yukarıda elde edilmiş (3)'de belirtilen amaç fonksiyonunun matris formu yarı pozitif ve bundan dolayı çözüm kuadratik programlamada mümkündür.

Uygulama Örneği

Bunun için seçilen model olarak, bütün yatırımlar ve çalışmalara rağmen hala çözümlenemeyen İstanbul trafiği ele alınmıştır.

Şekil 1'de çizimi verilen bu örnek çalışmada, üzerinde çalışılan network ağının başlangıç noktası; Avrupa yakasında yer alan ve trafik akışının yoğun yaşandığı Atatürk havalimanı, varış noktası ise Anadolu yakasında yer alan ve trafik yoğunluğunun oldukça azaldığı Ataşehir kavşağı olarak ele alınmıştır. Network ağının temsil ettiği yolların büyük bölümü; yoğunluğun en çok yaşandığı Avrupa yakasında yer alan ana arterlerdir.



Şekil 1. İstanbul için oluşturulan kısmi ulaştırma ağı modeli

AD yolu; 23.3 km, 2 şeritli olup Şekil 2’de belirtildiği gibi İstanbul için oluşturulan kısmi ulaştırma ağına A noktası Atatürk havalimanını, D noktası Hasdal kavşağını işaret etmektedir. AD yolu boyunca şerit sayısı temelde bazı yerlerde dörde çıksa da Atatürk bulvarının temel bağlantı kavşağında şerit sayısı ikidir. Bu 600 metrelik mesafede meydana gelebilecek sıklık bütünü bir yolu etkileyeceği için AD yolunun kapasite çalışması bu yol baz alınarak yapılmıştır.

Çözüm

Genel itibarıyla her yol için ayrı olarak; araçların geçirdikleri zaman ve trafik akışı (araç sayısı) arasında doğrusal bir denklem oluşturulmuş. Trafik kurallarına göre (Aydın Sarı Sürücü Kursu) bir aracın ortalama hızı km/sa olarak düşünüldüğünde, önündeki araç ile mesafesi hızının ‘m’ cinsinden en az yarısı olması gerekmektedir. Buna göre, araçların ortalama hızları 50 km/sa alındığında, AD yolunun tıkanıklığa meydan vermeden, kapasitenin en fazla olduğu durumu oluşturacağı varsayılır. Bu durumda araçların arasındaki mesafe yukarıda belirtilen kurala göre 25 m ve araçların ortalama uzunlukları da 5 m alındığında, 30 m’de bir araç yerleştirilir. Trafik yoğunluğunun en az olduğu durumda ise araçların ortalama hızları saatte 90 km/sa. (azami hız limiti) olarak alınır. Bütün bu verilerden yola çıkılarak AD yolu için hesaplanan katsayıların oluşturduğu trafik akışına bağlı zaman fonksiyonu;

$$t_{AD} = 0.2181 * I_{AD} + 15 \quad (7)$$

Şekil 1’de çizimi verilen ulaştırma ağına belirtilen diğer hatlar için mesafe, şerit sayısı ve hesaplanmış zaman denklem verileri Tablo 1’de ifade edilmektedir.

Hatlar için Tablo 1’de ifade edilen trafik akışlarına bağlı zaman denklemleri kullanılarak amaç fonksiyonu ve düğüm noktalarındaki süreklilik, hat kapasiteleri göz önünde tutularak kısıtlar Tablo 2’de ifade edildiği şekilde oluşturulur. Kısıtlarda yer

alan 'F', başlangıç noktası olarak işaretlenen A noktasından (Atatürk Havalimanı) ulaştırma ağına giren akış miktarıdır (araç sayısı).

Tablo 1. İstanbul trafiği için oluşturulmuş kısmi ulaştırma ağı modeline ait veriler

HATLAR	MESAFE	ŞERİT SAYISI	TRAFİK AKIŞINA BAĞLI ZAMAN FONKSİYONU
AD	23.3 km	2	$t_{AD} = 0.2181 * I_{AD} + 15$
AC	15.3 km	3	$t_{AC} = 0.0952 * I_{AC} + 10$
DB	22.7 km	4	$t_{DB} = 0.1454 * I_{DB} + 11$
CB	19.3 km	3	$t_{CB} = 0.1204 * I_{CB} + 13$
CD	5.0 km	2	$t_{CD} = 0.0363 * I_{CD} + 4$

Tablo 2. Kısmi İstanbul ulaştırma ağı modeline uygulanan kuadratik programlama

<p>Minimize</p> $Z = [0.2181*(I_{AD})^2+15*I_{AD}]+[0.0952*(I_{AC})^2+10*I_{AC}]+[0.1454*(I_{DB})^2+11*I_{DB}] + [0.1204*(I_{CB})^2+13*I_{CB}]+[0.0363*(I_{CD})^2+4*I_{CD}]$
<p>Kısıtlar</p> <ol style="list-style-type: none">1. $I_{AD} + I_{AC} = F$2. $I_{AC} - I_{CD} - I_{CB} = 0$3. $I_{AD} + I_{CD} - I_{DB} = 0$4. $I_{DB} + I_{CB} = F$5. $I_{AD} \leq 55$6. $I_{AC} \leq 84$7. $I_{DB} \leq 110$8. $I_{CB} \leq 83$9. $I_{CD} \leq 55$ <p>$I_{ij} \geq 0$ bütün hatlar için</p>

Sonuç ve Öneriler

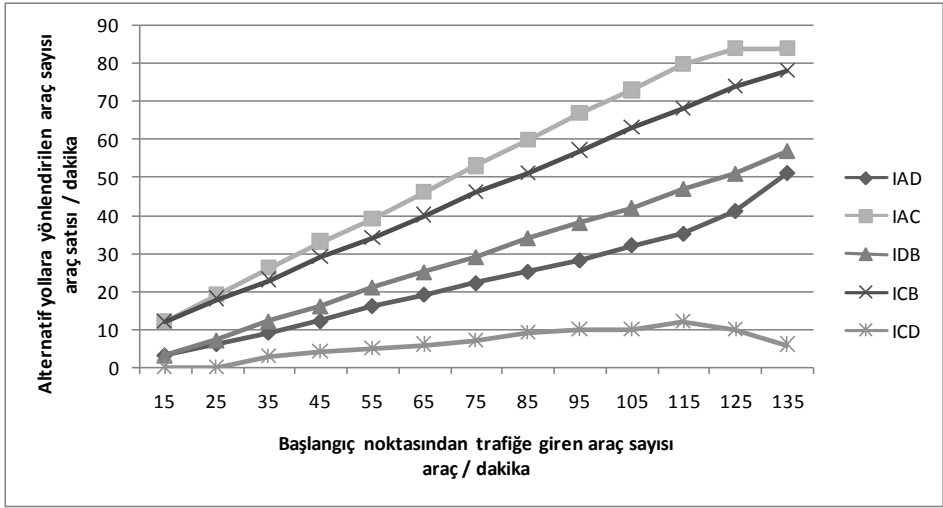
Oluşturulan örnek ulaştırma ağı modelinde başlangıç noktası olarak belirlenen havaalanından trafiğe dakikada giren araç sayısına göre; bitiş noktasına en kısa zamanda sıkışıklığa meydan vermeden ulaşımı sağlamak için oluşturulan alternatif hatların almaları gereken en iyi akış miktarları değişik 'F' değerleri için bilgisayar destekli Lingo (Lindo systems) paket programı ile hesaplanmıştır.

Tablo 3. Trafik akış tablosu

F	IAD	IAC	IDB	ICB	ICD
15	3	12	3	12	0
25	6	19	7	18	0
35	9	26	12	23	3
45	12	33	16	29	4
55	16	39	21	34	5
65	19	46	25	40	6
75	22	53	29	46	7
85	25	60	34	51	9
95	28	67	38	57	10
105	32	73	42	63	10
115	35	80	47	68	12
125	41	84	51	74	10
135	51	84	57	78	6

Tablo 3’de ifade edilen ‘F’ kolonu başlangıç noktasından ulaşım ağına akan trafik akış miktarlarını ifade etmekte ve aşağı doğru akmaktadır. F = 139 dak./araç sayısı, bu örnek ulaşım ağına F’nin alabileceği en fazla dakikada trafiğe giren araç sayısıdır ve bu veriye belli öngörülere dayanılarak yapılan hesaplamalar sonucu elde edilen AC ve AD hatlarının kapasitelerinin toplamı ile ulaşılmaktadır. Fakat bu hat kapasitesinin üzerine çıktığında, sistem tıkanma olmadan eniyileme işlemini gerçekleştirememektedir.

Yapılan hesaplamalar sonucu Tablo 3’de alternatif yolların en iyi akış miktarları belirtilmiş ve Şekil 2’de grafik şeklinde ifade edilmiştir. Burada görüldüğü gibi trafik akışının az olduğu durumlarda AD yoluna araç yönlendirilmemiş, trafik yoğunluğu arttıkça AD yolu devreye sokulmuş, fakat belli bir yoğunluktan sonra tekrar sistem tarafından AD yoluna yönlendirilen araç sayısında azalmaya gidildiği saptanmıştır.



Şekil 2. Değişen trafik akışlarına göre alternatif hatların aldığı en iyi akış değerler grafiği

Yukarıda Tablo 3’de belirtilen alternatif hatlar için elde edilen araç akışlarına göre trafik yönetildiğinde, ulaştırma ağında seyreden araçlar, gidilecek hedef noktasına, sıkışıklığa uğramadan olabilecek en kısa zamanda ulaşacaklardır.

Ulaştırma ağı modelinin formülasyonunun oluşturulması sırasında hesaplanan maksimum akış kapasitesinin aşılmaması için yan yolların ana arterlere bağlantı noktalarında trafik lambaları konulabilir. Bu durumda mevcut olan ulaştırma ağının maksimum akış kapasitesine ulaşıldığında, trafik lambaları devreye sokulur ve bu noktalardan trafiğe akış yavaşlatılır. Bu noktalarda trafik lambalarının çalışma düzeninin insansız olarak gerçekleştirilmesi, ulaştırma ağına giren araçların sayımını yapan ve bu sayım sonuçlarını sistemdeki ulaştırma trafik ağına katılım noktalarındaki trafik lambalarına ileten bir sistemle sağlanabilir. Bu sistemin çalışması için bir bilgisayar programı geliştirilebilir.

Yukarıda ifade edilen kontrollerden başka, farklı trafik akışlarına göre elde edilmiş eniyileme sonuçlarının uygulanmasında, belediyelerden de hizmet amacı ile yardım alarak belirlenen ideal yerlere ışıklı panolar yerleştirilebilir. Bu ışıklı panolarda, ulaştırma ağına katılan araç sayılarına göre mevcut olan alternatif yolların hesaplanmış eniyileme sonuçlarına göre yönlendirilmeler ifade edilir. Bütün bu sistemin birbirleriyle entegre şekilde çalışabilirliğini sağlamak için; yani ulaştırma ağına katılan araç sayısının okunması, bu verinin Lingo paket programına aktarılması ve programın çözümünde elde edilen sonuçların panolarda yazdırılması gibi işlemlerin yerine getirilmesini sağlayan bir otomasyon sistemi geliştirilebilir.

Kaynaklar

Aydın Sarı Sürücü Kursu [www.aydinsari.com.tr/trafikte takip mesafesi.htm](http://www.aydinsari.com.tr/trafikte_takip_mesafesi.htm)

Barnhart C. and Laporte G. (2007) Handbook in OR & MS, Vol. 14, pp 716.

Leblanc L. J., Morlok E.K. & Pierskalla W. P. (1975) An Efficient Approach To Solving The Road Network Equilibrium Traffic Assignment Problem, Transportation Research, Vol. 9 pp. 309 – 318

Lindo Systems Optimization Software, www.lindo.com

Schrage L. (1991) Lindo, An Optimization Modeling System, Fourth Edition, The Scientific Press, pp. 174 – 180.